



JEL: C01, C15, C2

DOI: 10.62911/ete.2025.03.01.11

Method for representing the electromechanical characteristics of an electric traction drive with sequentially excited DC motors

Citation:

Pyrozhenko A., Modlo. Y., Lytovchenko. Y. & Lytovchenko. O. (2025). Method for representing the electromechanical characteristics of an electric traction drive with sequentially excited DC motors. Scientific and practical journal "Economics and technical engineering". Vol.3 No.1 (2025), 120-133. <https://doi.org/10.62911/ete.2025.03.01.11>

Andrii Pyrozhenko

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: a.v.pirozhenko@gmail.com

ORCID ID: 0000-0001-8148-4956

Yevhenii Modlo

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: modlo_yo@duet.edu.ua

ORCID ID: 0000-0003-2037-1557

Viacheslav Khyzhniak

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: krogzhuns@gmail.com

ORCID ID: 0000-0001-6449-2778

Yuliia Lytovchenko

Assistant, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: lytovchenko@duet.edu.ua

ORCID ID: 0009-0004-0996-3441

Oleksandr Lytovchenko

Assistant, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: lytovchenko_ov@duet.edu.ua

ORCID ID: 0000-0002-2142-2697

Abstract: The shortcomings that occur during the construction of the electromechanical characteristics of a traction electric drive with DC motors of series excitation are presented. An analysis of known methods of constructing the specified electromechanical characteristics is carried out, such as by universal characteristic, by known catalog data of the engine. Based on the analysis, a number of shortcomings of known methods of constructing the electromechanical characteristics of a traction electric drive with DC motors of series excitation and their inconsistency with existing requirements are revealed. The dependence of the magnetic flux of DC motors with series excitation on the load on the shaft is the cause of the nonlinearity of their electromechanical characteristics. Factories - manufacturers of such engines provide experimentally obtained universal characteristics (expressed in relative units). Using them, it is possible to construct a universal mechanical characteristic, from which it is possible to proceed to the characteristics of the selected engine. To do this, it is necessary to multiply the values I , M and ω laid out along the axes by their nominal values. In this case, it is usually necessary to change the scale grid of the graph, since the previous one will correspond to the fractional value of the quantities plotted on the axes. The presented method of constructing electromechanical characteristics according to the universal characteristic has an error of up to 30%, which is associated both with the nonlinearity of the electromechanical characteristics of DC motors with series excitation, and with the need for a graphic transition from the universal characteristic to the characteristic of a specific traction motor. The method of constructing electromechanical characteristics according to catalog data has similar disadvantages. A method of constructing electromechanical characteristics analytically is proposed, which allows avoiding the disadvantages.

Keywords: Traction motor, electromechanical characteristics, polynomial of degree n , Lagrange interpolation formula.

Received: 10/06/2025

Accepted: 16/06/2025



JEL: C01, C15, C2

Method for representing the electromechanical characteristics of an electric traction drive with sequentially excited DC motors

Andrii Pyrozhenko

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: a.v.pirozhenko@gmail.com

 ORCID ID: 0000-0001-8148-4956

Yevhenii Modlo

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: modlo_yo@duet.edu.ua

 ORCID ID: 0000-0003-2037-1557

Viacheslav Khyzhniak

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: krogzhuns@gmail.com

 ORCID ID: 0000-0001-6449-2778

Yuliia Lytovchenko

Assistant,, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: lytovchenko@duet.edu.ua

 ORCID ID: 0009-0004-0996-3441

Oleksandr Lytovchenko

Assistant, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: lytovchenko_ov@duet.edu.ua

 ORCID ID: 0000-0002-2142-2697

Abstract: The shortcomings that occur during the construction of the electromechanical characteristics of a traction electric drive with DC motors of series excitation are presented. An analysis of known methods of constructing the specified electromechanical characteristics is carried out, such as by universal characteristic, by known catalog data of the engine. Based on the analysis, a number of shortcomings of known methods of constructing the electromechanical characteristics of a traction electric drive with DC motors of series excitation and their inconsistency with existing requirements are revealed. The dependence of the magnetic flux of DC motors with series excitation on the load on the shaft is the cause of the nonlinearity of their electromechanical characteristics. Factories - manufacturers of such engines provide experimentally obtained universal characteristics (expressed in relative units). Using them, it is possible to construct a universal mechanical characteristic, from which it is possible to proceed to the characteristics of the selected engine. To do this, it is necessary to multiply the values I , M and ω laid out along the axes by their nominal values. In this case, it is usually necessary to change the scale grid of the graph, since the previous one will correspond to the fractional value of the quantities plotted on the axes. The presented method of constructing electromechanical characteristics according to the universal characteristic has an error of up to 30%, which is associated both with the nonlinearity of the electromechanical characteristics of DC motors with series excitation, and with the need for a graphic transition from the universal characteristic to the characteristic of a specific traction motor. The method of constructing electromechanical characteristics according to catalog data has similar disadvantages. A method of constructing electromechanical characteristics analytically is proposed, which allows avoiding the disadvantages.

Keywords: Traction motor, electromechanical characteristics, polynomial of degree n , Lagrange interpolation formula.

Метод побудови електромеханічних характеристик тягового електропривода з двигунами постійного струму послідовного збудження

Андрій Пироженко

доцент, к.т.н., Державний Університет економіки і технологій, Україна

e-mail: a.v.pirozhenko@gmail.com

 ORCID ID: 0000-0001-8148-4956

Євгеній Модло

доцент, к.п.н., Державний Університет економіки і технологій, Україна

e-mail: modlo_yo@duet.edu.ua

 ORCID iD: 0000-0003-2037-1557

Вячеслав Хижняк

доцент, к.т.н., Державний Університет економіки і технологій, Україна

e-mail: krogzhuns@gmail.com

 ORCID ID: 0000-0001-6449-2778

Юлія Литовченко

асистент, Державний Університет економіки і технологій, Україна

e-mail: lytovchenko@duet.edu.ua

 ORCID iD: 0009-0004-0996-3441

Олександр Литовченко

асистент, Державний Університет економіки і технологій, Україна

e-mail: lytovchenko_ov@duet.edu.ua

 ORCID ID: 0000-0002-2142-2697

Анотація: Наведені недоліки, що мають місце під час побудови електромеханічних характеристик тягового електропривода з двигунами постійного струму послідовного збудження. Проведений аналіз відомих методів побудови вказаних електромеханічних характеристик, як то за універсальною характеристикою, за відомими каталожними даними двигуна. На підставі проведеного аналізу виявлений ряд недоліків відомих методів побудови електромеханічних характеристик тягового електропривода з двигунами постійного струму послідовного збудження та їх невідповідності існуючим вимогам. Залежність магнітного потоку двигунів постійного струму з послідовним збудженням від навантаження на валу є причиною нелінійності їх електромеханічних характеристик. Заводи - виробники таких двигунів дають зняті експериментальним шляхом універсальні характеристики (виражені у відносних одиницях). Користуючись ними, можна побудувати універсальну механічну характеристику, від якої можна перейти до характеристики обраного двигуна. Для цього необхідно відкладені по осях величину I , M і ω помножити на їх номінальні значення. При цьому зазвичай виникає необхідність змінити масштабну сітку графіка, оскільки колишня буде відповідати дробовому значенню величин, що відкладаються по осях. Наведена методика побудови електромеханічних характеристик за універсальною характеристикою має похибку до 30 %, що пов'язано як з нелінійністю електромеханічних характеристик двигунів постійного струму з послідовним збудженням, так і необхідності графічного переходу від універсальної характеристики до характеристики конкретного тягового двигуна. Аналогічні недоліки має методика побудови електромеханічних характеристик за

каталожними даними. Запропонована методика побудови електромеханічних характеристик аналітичним шляхом, що дозволяє уникнути вказаних вище недоліків.

Ключові слова: тяговий двигун, електромеханічні характеристики, поліном ступеню n , інтерполяційна формула Лагранжа.

Вступ (Introduction)

Під час розробки схем автоматизованого електроприводу виникає необхідність побудови електромеханічних характеристик їх електродвигунів. Особливі складнощі виникають під час побудови електромеханічних характеристик тягового електропривода з двигунами постійного струму послідовного збудження. Не зважаючи на те, що в індустрії залізничного транспорту декілька компаній в останні роки досліджували можливість використання синхронних моторів із постійними магнітами (*Sarbajit Paul, Pil-Wan Han, 2022*) це все ж таки більше стосується високошвидкісного перевезення, тож використання двигунів постійного струму послідовного збудження в технологічних перевезеннях все ще є актуальним.

Вищезазначені складнощі зумовлені зумовлено тим, що електромеханічні характеристики двигунів нелінійні через залежність магнітного потоку двигунів постійного струму з послідовним збудженням від навантаження на валу. Відомий метод побудови вказаних електромеханічних характеристик за універсальною характеристикою, яка надається заводом – виробником двигунів (*Milykh V., O. Shavolkin O., 2018*), (*Milykh V.I., 2013*). Графічний перехід від універсальної характеристики до електромеханічних характеристик конкретного двигуна зі зміною масштабної сітки графіків призводить до значних похибок у розрахунках. Крім того, в цьому методі не враховується залежність індуктивності кола якоря від величини струму якоря і зовнішня характеристика реального мостового трифазного перетворювача, що живить тяговий електропривод з двигунами постійного струму послідовного збудження (напруга живлячої мережі вважається постійною). Таким чином, розрахунку результуюча похибка розрахунку досягає 30%.

Також відома методика побудови електромеханічних характеристик за каталожними даними двигуна (*Kytaiev O.V., Hlukhova V.I., 2011*), яка має аналогічні недоліки.

Таким чином, недостатня ефективність відомих методів побудови електромеханічних характеристик тягового електропривода з двигунами постійного струму послідовного збудження підтверджує необхідність знаходження більш оптимальних рішень.

Результати (Results)

Для виведення характеристик електромеханічних характеристик аналітичним шляхом приймемо наступні допущення:

- до колу якоря тягового двигуна прикладена напруга, що пульсує, під час аналізу використовується середнє значення цієї напруги U ;
- для аналітичного опису характеристики намагнічування тягового двигуна використовується наближений аналітичний вираз у вигляді багаточлену n -го ступеню;
- струм у колі якоря є пульсуючим, під час виводу розрахункових співвідношень використовується середнє значення цього струму $I_a (I_3)$;
- у якості основного номінального режиму тягового двигуна приймається довготривалий режим роботи;
- під час виводу розрахункових співвідношень застосовується система відносних одиниць, при цьому в якості базових приймаються параметри довготривалого номінального режиму.

У подальшому викладені прийняті наступні позначення:

- $m = \frac{M}{M_{en}}$
- відносне значення електромагнітного моменту M тягового двигуна;

- $$j = \frac{\Phi}{\Phi_n}$$
- $\frac{\Phi}{\Phi_n}$ - відносне значення магнітного потоку тягового двигуна;
$$J = \frac{U}{U_n}$$
 - $\frac{U}{U_n}$ - відносне значення напруги кола якоря тягового двигуна;
$$i = \frac{I_{я}}{I_{я.н}}$$
 - $\frac{I_{я}}{I_{я.н}}$ - відносне значення струму якоря тягового двигуна;
$$n = \frac{W}{W_n}$$
 - $\frac{W}{W_n}$ - відносне значення частоти обертання якоря тягового двигуна, яке дорівнює відносному значенню швидкості руху поїзду;
$$R_n = \frac{U_n}{I_{я.н}}$$
 - $\frac{U_n}{I_{я.н}}$ - номінальний опір кола якоря;
$$r_{я} = \frac{R_{я}}{R_n}$$
 - $\frac{R_{я}}{R_n}$ - відносне значення опору якоря;
$$r = \frac{R_{я} + R_{доп}}{R_n}$$
 - $\frac{R_{я} + R_{доп}}{R_n}$ - відносне значення опору якоря з урахуванням зовнішнього додаткового опору;
$$r_{я} = \frac{R_{я}}{R_n}$$
 - $\frac{R_{я}}{R_n}$ - відносне значення опору обмотки збудження.

Під час розрахунку тягового електроприводу застосовують статичні швидкісну та механічну характеристики двигунів. Вказані характеристики у відносних одиницях мають наступний вигляд:

$$n = \frac{J - r_{я} i}{(1 - r_{я}) j}; \quad (1)$$

$$n = \frac{J}{(1 - r_{я}) j} - \frac{r m}{(1 - r_{я}) j^2}. \quad (2)$$

Механічна характеристика (2) отримана з швидкісної (1) шляхом підстановки

$$i = \mu / \varphi. \quad (3)$$

Знаючи характеристику намагнічування двигуна $\varphi = f(i)$, можна представити залежність потоку φ від струму i , а з урахуванням (3) і залежність потоку φ від моменту μ у вигляді поліномів ступеню n , дійсних для позитивних значень i та μ :

$$j = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + \dots + a_n i^n; \quad (4)$$

$$j = b_0 + b_1 \mu + b_2 \mu^2 + \dots + b_n \mu^n. \quad (5)$$

Якщо представити залежності $1/\varphi$ та i/φ від i та μ відповідними поліномами ступеню n , отримаємо:

$$\frac{1}{j} = c_0 + c_1 i + c_2 i^2 + \dots + c_n i^n; \quad (6)$$

$$\frac{i}{j} = d_0 + d_1 i + d_2 i^2 + \dots + d_n i^n; \quad (7)$$

$$\frac{1}{j} = e_0 + e_1 m + e_2 m^2 + \dots + e_n m^n; \quad (8)$$

$$\frac{i}{j} = f_0 + f_1 m + f_2 m^2 + \dots + f_n m^n, \quad (9)$$

тоді швидкісну та механічну характеристики можна представити також поліномами ступеню n :

$$n = A_0 + A_1 i + A_2 i^2 + \dots + A_n i^n; \quad (10)$$

$$n = B_0 + B_1 m + B_2 m^2 + \dots + B_n m^n, \quad (11)$$

в яких коефіцієнти $A_0, A_1, \dots, A_n$ та $B_0, B_1, \dots, B_n$ є функціями відповідних коефіцієнтів залежностей (6) - (9) та відносних параметрів двигуна ϑ, r_ϑ , та ρ :

$$A_0 = \frac{c_0 J - d_0 r}{1 - r_\vartheta}, \quad A_1 = \frac{c_1 J - d_1 r}{1 - r_\vartheta}, \quad \dots, \quad A_n = \frac{c_n J - d_n r}{1 - r_\vartheta}$$

$$B_0 = \frac{e_0 J - f_0 r}{1 - r_\vartheta}, \quad B_1 = \frac{e_1 J - f_1 r}{1 - r_\vartheta}, \quad \dots, \quad B_n = \frac{e_n J - f_n r}{1 - r_\vartheta}.$$

Коефіцієнти поліномів (4) - (9), які в загальному випадку можна виразити функцією $Y(x) = y_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$, визначаються за допомогою інтерполяційної формули Лагранжа [4]:

$$Y(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) \dots (x_0 - x_n)} y_0 + \frac{(x - x_0)(x - x_2) \dots (x - x_n)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2) \dots (x_1 - x_n)} y_1 + \dots + \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})}{(x_n - x_0)(x_n - x_1) \dots (x_n - x_{n-1})} y_n \quad (12)$$

Так як в реальних умовах струм i змінюється в межах 0,3 – 2,5, а момент - в межах 0,1 – 3, то в поліномах (4) - (9) і, відповідно, в формулах (10) та (11) можна обмежитись $n=3$, що призводить до похибки розрахунків $\mathcal{N}$ не більше 2%. Проілюструємо викладене, приймаючи в якості магнітної універсальної характеристики характеристики двигуна ДНТ-46/33М електровозу К-14У. Значення величин $i, \varphi, \mu, 1/\varphi, i/\varphi$ в вузлах інтерполяції 0,1,2,3 наведені у таблиці 1.

Таблиця 1. Значення величин $i, \varphi, \mu, 1/\varphi, i/\varphi$ в вузлах інтерполяції 0,1,2,3

	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
i	0,5	1	1,5	2
φ	0,655	1	1,185	1,315
μ	0,3275	1	1,7775	2,63
$1/\varphi$	1,5267	1	0,8438	0,7604

i/φ	0,76335	1	1,2658	1,5209
-------------	---------	---	--------	--------

В загальному вигляді коефіцієнти поліномів визначаються за формулами:

$$a_0 = \frac{y_0 x_1 x_2 x_3}{g_0} - \frac{y_1 x_0 x_2 x_3}{g_1} + \frac{y_2 x_0 x_1 x_3}{g_2} - \frac{y_3 x_0 x_1 x_2}{g_3}$$

$$a_1 = - \frac{y_0 (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3)}{g_0} + \frac{y_1 (x_0 x_2 + x_0 x_3 + x_2 x_3)}{g_1} - \frac{y_2 (x_0 x_1 + x_0 x_3 + x_1 x_3)}{g_2} + \frac{y_3 (x_0 x_1 + x_0 x_2 + x_1 x_2)}{g_3}$$

$$a_2 = \frac{y_0 (x_1 + x_2 + x_3)}{g_0} - \frac{y_1 (x_0 + x_2 + x_3)}{g_1} + \frac{y_2 (x_0 + x_1 + x_3)}{g_2} - \frac{y_3 (x_0 + x_1 + x_2)}{g_3};$$

$$a_3 = - \frac{y_0}{g_0} + \frac{y_1}{g_1} - \frac{y_2}{g_2} + \frac{y_3}{g_3},$$

$$\text{де } g_0 = (x_3 - x_0)(x_2 - x_0)(x_1 - x_0); \quad g_1 = (x_3 - x_1)(x_2 - x_1)(x_1 - x_0);$$

$$g_2 = (x_3 - x_2)(x_2 - x_1)(x_2 - x_0); \quad g_3 = (x_3 - x_2)(x_3 - x_1)(x_3 - x_0).$$

Значення коефіцієнтів поліномів (4) - (9) при $n=3$ наведені у таблиці 2.

Таблиця 2. Значення коефіцієнтів поліномів

	$k=0$	$k=1$	$k=2$	$k=3$
a_k	0,0451	1,555	-0,74	0,14
b_k	0,39013	0,92497	-0,37478	0,059603
c_k	2,722	-3,2576	1,9328	-0,39715
d_k	0,5959	0,2393	0,218	-0,05323
e_k	2,0003	-1,7112	0,58759	-0,147
f_k	0,65071	0,33859	0,01907	-0,00836

Якщо підставити ці коефіцієнти у формули (10) та (11), то при $\rho_y = 0,03$, $\rho = \rho_y$ та $\vartheta = 1$ (природна характеристика) отримуємо:

$$n = 2,7878 - 3,3657i + 1,9864i^2 - 0,4078i^3; \quad (13)$$

$$n = 2,042 - 1,7746m + 0,8838m^2 - 0,1513m^3. \quad (14)$$

Якщо при $\rho_y = 0,03$ та $\vartheta = 1$ ввести у коло якоря номінальний опір ($\rho=1$), то отримаємо:

$$n = 2,1919 - 3,605i + 1,7678i^2 - 0,3546i^3; \quad (15)$$

$$n = 1,3913 - 2,1132m + 0,8647m^2 - 0,1429m^3. \quad (16)$$

На рисунку 1 наведені швидкісні характеристики двигуна ДНТ-46/33М електровозу К-14У, які побудовані за виразами (13), (15).

На рисунку 2 наведені механічні характеристики двигуна ДНТ-46/33М електровозу К-14У, які побудовані за виразами (14), (16).

В деяких випадках (наприклад, під час тягових розрахунків та розрахунків перехідних процесів пуску приводу) доцільно використовувати залежність моменту від швидкості у формі квадратного тричлена.

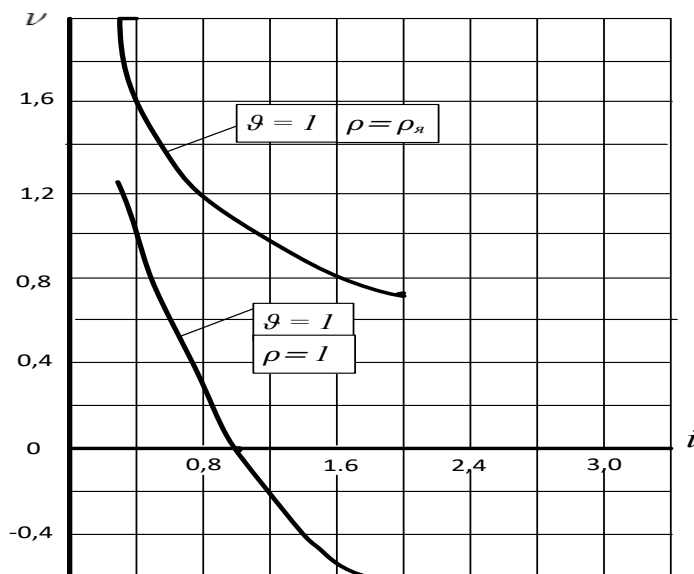


Рисунок 1. Швидкісні характеристики двигуна ДНТ-46/33М електровозу К-14У

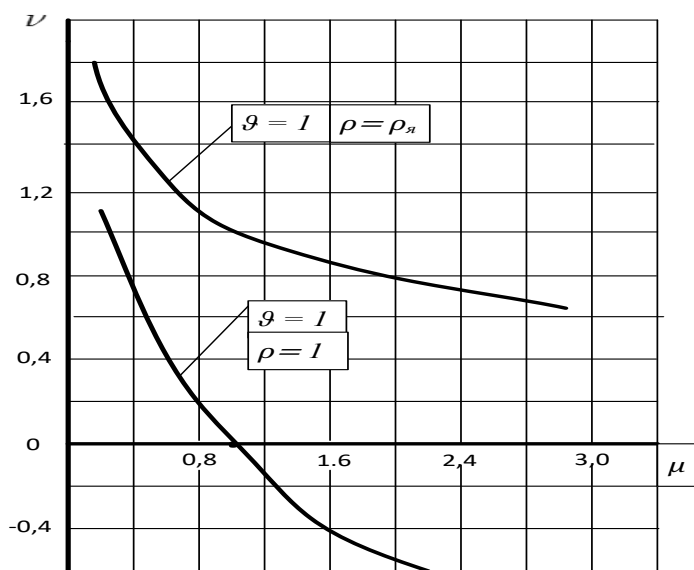


Рисунок 2. Механічні характеристики двигуна ДНТ-46/33М електровозу К-14У

При цьому b_0 , b_1 та b_2 визначаються також за допомогою поліному Лагранжа за залежністю (12) при $n = 2$. Тоді, вважаючи характеристику намагнічування відомою, будемо таблицю для заданих значень g і ρ :

Таблиця 3. i , φ , μ , в вузлах інтерполяції 0,1,2.

i	$i = i_0$	$i = i_1$	$i = i_2$
φ	$\varphi = \varphi_0$	$\varphi = \varphi_1$	$\varphi = \varphi_2$
μ	$\mu = \mu_0$	$\mu = \mu_1$	$\mu = \mu_2$
$n = \frac{u}{(1 - r_{\text{я}})j} - \frac{rm}{(1 - r_{\text{я}})j^2}$	$n = n_0$	$n = n_1$	$n = n_2$

Наведений метод побудови статичних електромеханічних характеристик можна використовувати і при інших схемах включення двигуна, в яких струм якоря і струм збудження не рівні ($i \neq i_3$).

В якості прикладу візьмемо схему, де якорь двигуна шунтується додатковим опором. Приймаючи у відносних одиницях опір якоря $\rho_{\text{я}}$, додаткового резистора $\rho_{\text{д}}$ та струм у додатковому резисторі $i_{\text{д}}$, отримуємо:

$$i_3 = i + i_{\text{д}} = \frac{J + r_{\text{д}} i}{r_{\text{д}} + r_3} \quad (17)$$

$$n = \frac{\frac{r_{\text{д}}}{r_{\text{д}} + r_3} J - (r_{\text{я}} + \frac{r_{\text{д}} r_3}{r_{\text{д}} + r_3}) i}{(1 - r_{\text{я}} - r_3) j} \quad (18)$$

У цьому випадку для заданих значень J , $\rho_{\text{я}}$, ρ_3 та $\rho_{\text{д}}$, приймаючи за аргумент струм якоря i (враховуючи, що струм може мати від'ємні значення, оскільки в цій схемі можливі гальмівні режими) визначають:

$$i_3 = \frac{J + r_{\text{д}} i}{r_{\text{д}} + r_3}, \quad j = f(i_3), \quad m = j i, \quad \frac{1}{j} \quad \text{та} \quad \frac{i}{j}$$

в n вузлах інтерполяції. За значеннями цих величин визначають коефіцієнти поліномів (6) – (9) та коефіцієнти виразів (10) і (11).

Під час розрахунку перехідних процесів в електроприводі з двигунами послідовного збудження у ряді випадків необхідно враховувати індуктивність кола якоря. Однак, вказана індуктивність залежить від величини струму якоря.

Визначимо індуктивність кола якоря для випадку $i = i_3$. Тоді повна індуктивність кола L буде складатися з індуктивності якоря $L_{\text{я}}$ та індуктивності обмотки збудження L_3 (Lavrynenko Yu.M., Marchenko O.S., Savchenko P.I., Syniavskiy O.Iu., Voitiuk D.H., Lysenko V.P., 2009), (Vydmush A. A, Yaroshenko L. V., 2020)

$$L_{\text{я}} = b \frac{3U_{\text{н}}}{p w_{\text{н}} (2I_{\text{н}} + I_{\text{я}})} = \frac{b U_{\text{н}}}{p w_{\text{н}} I_{\text{н}}} \frac{3}{2 + i}, \quad (19)$$

$$L_3 = w_3 \frac{d(\Phi + \Phi_{\text{с}})}{dI_3}, \quad (20)$$

де β – постійний коефіцієнт ($\beta = 0,6$ для некомпенсованих та $\beta = 0,25$ для компенсованих двигунів);

p – число пар полюсів двигуна;

ω_3 – число послідовно з'єднаних витків обмоток збудження;

$\Phi_{\text{с}}$ – потік розсіювання.

Для отримання формули повної індуктивності кола якоря треба виконати наступні дії:

- замінюємо функцію $\frac{3}{2+i}$ що входить до виразу (19), її інтерполяційним виразом $g_0 + g_1 i + g_2 i^2$ (при $0 < i < 2,5$, $g_0 = 1,45$, $g_1 = -0,55$, $g_2 = 0,1$);

- переходимо до відносних одиниць:

$$j = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + \dots + a_n i^n;$$

$j_s = s i$ де $s = 0,15, 0,2$ - коефіцієнт розсіювання;
 - індуктивність якоря (номінальний режим):

$$L_{ян} = \frac{b U_n}{p w_n I_n};$$

- індуктивність обмотки збудження (номінальний режим):

$$L_{зн} = \frac{w_z \Phi}{I_n}.$$

Таким чином отримуємо наступну формулу повної індуктивності кола якоря:

$$L = L_0 + L_1 i + L_2 i^2, \quad (21)$$

де

$$L_0 = g_0 L_{я,н} + (a_1 + s) L_{з,н};$$

$$L_1 = g_1 L_{я,н} + 2 a_2 L_{з,н};$$

$$L_2 = g_2 L_{я,н} + 3 a_3 L_{з,н}.$$

В якості прикладу нижче наводяться результати розрахунку повної індуктивності кола якоря двигуна ДНТ-46/33М електровозу К-14У:

$$L = 0,05775 - 0,0432i + 0,0118i^2.$$

Таблиця 4. Результати розрахунку повної індуктивності кола якоря двигуна ДНТ-46/33М

i	0	0,25	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0
$L, Гн$	0,05775	0,0477	0,0391	0,032	0,02635	0,0212	0,0195	0,0183	0,018

Таким чином, під час збільшення струму i від 0 до 2 індуктивність двигуна зменшується приблизно у 3 рази, а при струмі $i > 2$ індуктивність двигуна можна вважати постійною.

Усі отримані вище характеристики отримані у припущенні, що напруга живлячої мережі U є постійною. В дійсності тягові двигуни отримують електроенергію через напівпровідниковий перетворювач, який має внутрішній еквівалентний опір, який буде впливати на форму електромеханічних характеристик двигунів. Розглянемо метод урахування цього опору на прикладі живлення тягових двигунів від мостового трифазного перетворювача.

Для живлення тягових контактних мереж підземної електровозної відкатки застосовується тягова підстанція типу АТП-500/275, яка комплектується разом з силовим трансформатором і пристроями управління і захисту в перетворювальний агрегат. Принципова схема тягового перетворювача представлена на рисунку 3.

Тяговий перетворювальний напівпровідниковий агрегат виготовляють у рудничному нормальному виконанні; за способом монтажу - стаціонарного виконання; номінальна напруга - 275 В; номінальний струм - 500 А; тип вентилів - ВК-200-6; за способом охолодження - примусове провітрювання; кількість вентилів - 12; захист від перевантаження і зовнішніх коротких замикань здійснюється середньошвидкісним автоматичним вимикачем типу АВ-10Б; захист від внутрішніх коротких замикань здійснюється швидкодіючими плавкими запобіжниками ПНБ-3; режим роботи - автоматичний з дистанційним управлінням. Вентильний блок ВБ зібраний по трифазній мостовій схемі (по два вентиля в плечі паралельно).

Зовнішня характеристика перетворювача має наступний вигляд (*Zhemeriv H.H., Kovalchuk O.I., 2011*):

$$u = 1 - di - \frac{2p}{3\sqrt{3}} n_{\theta}, \quad (22)$$

де

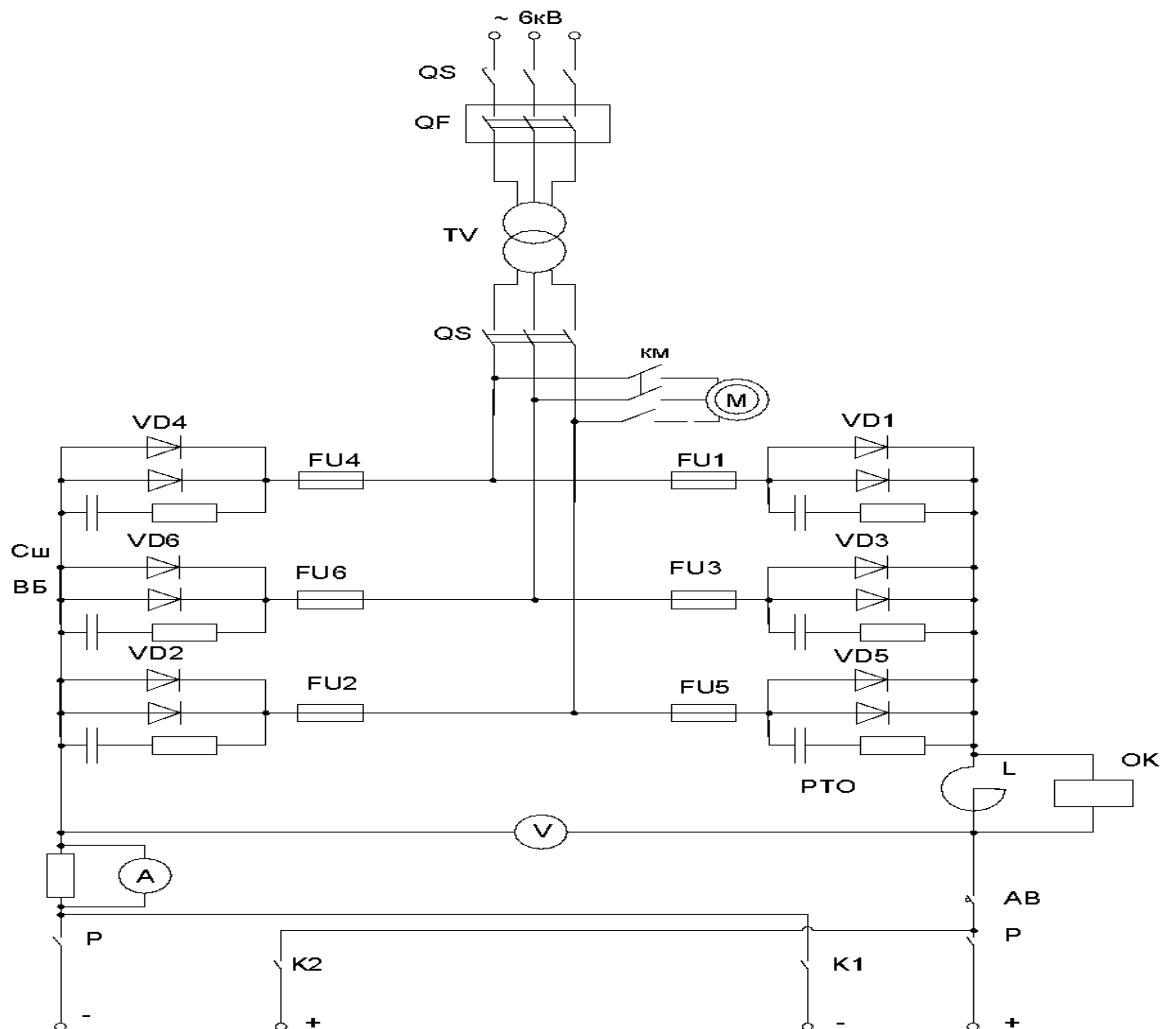
$$d = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{0,65(r_k + r_{\theta})}{\sqrt{r_k^2 + 1}},$$

$$n_{\theta} = \frac{qU_0}{\sqrt{2}U} - \text{параметр порогової напруги вентилів одного плеча.}$$

У свою чергу $r_k = \frac{r_k}{x_k}$ - параметр режиму короткого замикання трансформатора;

$$r_{\theta} = \frac{qR}{nx_k} - \text{параметр динамічного опору вентилів одного плеча.}$$

Зовнішні характеристики перетворювача графічно наведена на рисунку 4 для значень ρ_k від 0 до 1:



Оскільки базові напруги та струми тягових двигунів та перетворювача різні, введемо коефіцієнт $x_0 = \frac{U_{d_0}}{U_n}$ та параметр $d_0 = dn_0 \frac{2 z_k I_n}{p U_n}$, де U_n та I_n номінальні напруга та струм двигуна. Тоді для паралельного з'єднання тягових двигунів отримуємо наступні вирази швидкісної та механічної характеристик двигуна:

$$n = \frac{x_0 p n_\theta - (r + d_\theta)}{(1 - r_\theta) j}, \quad (23)$$

$$n = \frac{x_0 p n_\theta}{(1 - r_\theta) j} - \frac{(r + d_\theta) m}{(1 - r_\theta) j^2} \quad (24)$$

$$u = 1 - d i - \frac{2p}{3\sqrt{3}} n_\theta, \quad (25)$$

де

$$d = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{0,65(r_\kappa + r_\theta)}{\sqrt{r_\kappa^2 + 1}},$$

$$n_\theta = \frac{q U_0}{\sqrt{2} U} - \text{параметр порогової напруги вентилів одного плеча.}$$

У свою чергу $r_\kappa = \frac{r_\kappa}{x_\kappa}$ - параметр режиму короткого замикання трансформатора;

$r_\theta = \frac{q R}{n x_\kappa}$ - параметр динамічного опору вентилів одного плеча.

Зовнішні характеристики перетворювача графічно наведена на рисунку 4 для значень ρ_κ від 0 до 1:

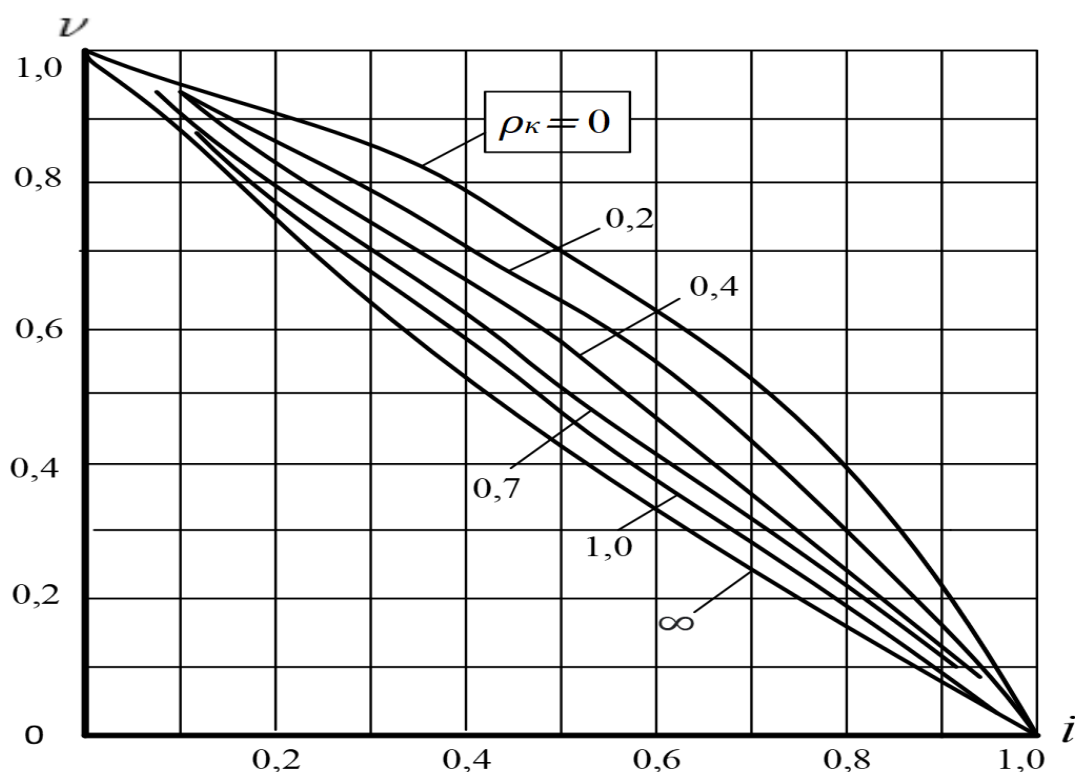


Рисунок 4. Зовнішні характеристики мостового трифазного перетворювача

Оскільки базові напруги та струми тягових двигунів та перетворювача різні, введемо

коефіцієнт $x_0 = \frac{U_{d_0}}{U_n}$ та параметр $d_\theta = d n_\theta \frac{2 z_\kappa I_n}{p U_n}$, де U_n та I_n номінальні напруга та струм

двигуна. Тоді для паралельного з'єднання тягових двигунів отримуємо наступні вирази швидкісної та механічної характеристик двигуна:

$$n = \frac{x_0 p n_0 - (r + d_0)}{(1 - r_{\text{я}})j}, \quad (26)$$

$$n = \frac{x_0 p n_0}{(1 - r_{\text{я}})j} - \frac{(r + d_0)m}{(1 - r_{\text{я}})j^2} \quad (27)$$

Вказані залежності (26), (27) відрізняються від (1), (2) тим, що тут $u = x_0 p n_0$

і що відносний опір двигуна дорівнює $r + d_0$. Тому для розрахунку цих характеристик можуть бути отримані коефіцієнти характеристик (10) та (11), які будуть функціями параметрів $\rho_{\text{я}}$, ρ та $\delta_{\text{д}}$.

Висновки (Conclusions)

1. Запропонований аналітичний метод побудови електромеханічних характеристик тягового електропривода з двигунами постійного струму послідовного збудження.

2. Для реалізації аналітичного методу швидкісна та механічна характеристики представлена поліномами ступеню n , при цьому коефіцієнти поліномів визначалися за допомогою інтерполяційної формули Лагранжа.

3. Враховані під час аналітичної побудови електромеханічних характеристик залежність індуктивності кола якоря від величини струму якоря та зовнішня характеристика реального мостового трифазного перетворювача типу АТП-500/275, що живить шахтну контактну мережу, у всьому діапазоні струму навантаження.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на удосконалення аналітичної побудови електромеханічних характеристик під час живлення тягового електропривода з двигунами постійного струму послідовного збудження за системою широтноімпульсний перетворювач – тяговий двигун (ШПІ – ТД).

Конфлікт інтересів (Conflicts of interest)

Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

Фінансування (Funding)

Це дослідження не отримало зовнішнього фінансування

Внесок авторів (Authors contribution)

- Аналітичні дані та аналіз - П. А, Х. В;
- Перевірка отриманих результатів, побудова діаграм, табличних значень - М. Є, О. Л.;
- Літературний огляд, редакція тексту - Л. Ю.
- Усі автори прочитали та погодились з опублікованою версією рукопису.

Література (References)

- Sarbajit Paul, Pil-Wan Han, Junghwan Chang, Yon-Do Chun, Jae-Gil Lee, State-of-the-art review of railway traction motors for distributed traction considering South Korean high-speed railway, Energy Reports, Volume 8, 2022, Pages 14623-14642, ISSN 2352-4847, <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.10.411>.
- Elektropryvod. Pidruchnyk. Lavrynenko Yu.M., Marchenko O.S., Savchenko P.I., Syniavskyi O.Iu., Voitiuk D.H., Lysenko V.P. - Vydavnytstvo «Lira-K». – K., 2009. – 504s.
- Milykh, V., Shavolkin O. Elektrotehnika. – Karavella, 2018.- 688s.
- Korn R., Korn T. Dovidnyk z matematyky dlia naukovtsiv ta inzheneriv (vyznachennia, teoremy, formuly). Prov. z 2-ho amerykanskooho vyd. Za red. Avramanovycha I.H. - M. Nauka, hol. red. FML, 1974. - 832 s.
- Kytaiev O.V., Hlukhova V.I. Pobudova pokaznykiv dvyhuniv postiinooho strumu za vidomymy danymy katalogu // Vestn. Khersonskoho nats. tekhn. un-tu. Ser. Elektronika ta elektrotehnika, - 2011. – Vyp.4(43) – S. 87-92.
- Milykh V.I. Elektrychni mashyny. – Karavella. 2013. – 452s.
- Vydmysh, A. A. Yaroshenko L. V.. Osnovy elektropryvoda. Teoriia ta praktyka. Chastyna 1. Navchalnyi posibnyk. – Vinnytsia: VNAU, 2020. – 387 s.
- Zhemeriv H.H., Kovalchuk O.I. Kharakterystyky potuzhnoho shestypulsnoho mostovoho nekerovanoho vypriamliacha z yemnisnym filtrom. Vestn. Kharkivskoho nats. tekhn. un-tu. Ser. Elektrotehnika ta elektromekhanika, - 2011. - №1 - S. 19-24.