



Founders: State University of Economics and Technology

ISSN: 3041-1246

E-mail: ete@duet.edu.ua Journal homepage: <https://ete.org.ua>

JEL: L61

DOI: 10.62911/ete.2025.03.02.09

Digital measurement of shaft rotation speed based on encoder signal: error analysis and adaptive method

Citation:

Lytovchenko O., Lytovchenko Y., Khyzhniak V., & Modlo Y. (2025). Digital measurement of shaft rotation speed based on encoder signal: error analysis and adaptive method. Scientific and practical journal "Economics and technical engineering", Vol.3 No.2 (2025), 101–110. <https://doi.org/10.62911/ete.2025.03.02.09>

Oleksandr Lytovchenko

Assistant, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine
e-mail: lytovchenko_ov@duet.edu.ua

 ORCID ID: 0000-0002-2142-2697

Yuliia Lytovchenko

Assistant, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine
e-mail: lytovchenko@duet.edu.ua

 ORCID ID: 0009-0004-0996-3441

Viacheslav Khyzhniak

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine
e-mail: krogzhuns@gmail.com

 ORCID ID: 0000-0001-6449-2778

Yevhenii Modlo

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: modlo_yo@duet.edu.ua

 ORCID ID: 0000-0003-2037-1557

Abstract: The article analyzes the errors of digital measurement of speed (DVS) of rotation of the electric drive shaft using the signal of the angle sensor (AOS), which is part of the encoder, since in modern process automation systems (AUS TP) two different measuring devices are traditionally used to control the position and speed of rotation of the drive motor shaft: an encoder and a tachogenerator. The aim of the work is to develop an adaptive method for digital measurement of shaft rotation speed with reduced methodological error based on the existing encoder. The essence of the method is to count the number of pulses of a highly stable clock generator (timer) during one signal period. The methodological and dynamic components of the error are considered, their analytical dependencies and the results of numerical modeling for low-speed and high-speed mechanisms of metallurgical production are given. A method for reducing methodological error by increasing the measurement base is proposed and tested. The implementation of an economical DCS system based on a 16-bit microcontroller is shown, which provides a combination of position and speed measurement functions in a single sensor and eliminates the need to use a tachogenerator. The cost of the proposed solution is 6-7 times lower than the cost of a traditional scheme using a tachogenerator, since the indicated cost of the proposed solution is about 450 UAH (microcontroller and minimal wiring), which is significantly lower than the cost of an industrial tachogenerator (from 3000 UAH). The exclusion of the tachogenerator also simplifies installation, reduces the dimensions of the control cabinet and increases the reliability of the system by reducing the number of components.

Keywords: encoder, sensor rotation angle, digital speed measurement, methodical error, dynamic error, microcontroller, process control system.

Received: 19/12/2025

Accepted: 22/12/2025



JEL: L61

Digital measurement of shaft rotation speed based on encoder signal: error analysis and adaptive method

Oleksandr Lytovchenko

Assistant, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: lytovchenko_ov@duet.edu.ua

 ORCID iD: 0000-0002-2142-2697

Yuliia Lytovchenko

Assistant, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: lytovchenko@duet.edu.ua

 ORCID iD: 0009-0004-0996-3441

Viacheslav Khyzhniak

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine

e-mail: krogzhuns@gmail.com

 ORCID iD: 0000-0001-6449-2778

Yevhenii Modlo

Assoc. Prof. PhD, State University of Economics and Technology, Kryvyi Rih, Ukraine ???

e-mail: modlo_yo@duet.edu.ua

 ORCID iD: 0000-0003-2037-1557

Abstract: The article analyzes the errors of digital measurement of speed (DVS) of rotation of the electric drive shaft using the signal of the angle sensor (AOS), which is part of the encoder, since in modern process automation systems (AUS TP) two different measuring devices are traditionally used to control the position and speed of rotation of the drive motor shaft: an encoder and a tachogenerator. The aim of the work is to develop an adaptive method for digital measurement of shaft rotation speed with reduced methodological error based on the existing encoder. The essence of the method is to count the number of pulses of a highly stable clock generator (timer) during one signal period. The methodological and dynamic components of the error are considered, their analytical dependencies and the results of numerical modeling for low-speed and high-speed mechanisms of metallurgical production are given. A method for reducing methodological error by increasing the measurement base is proposed and tested. The implementation of an economical DCS system based on a 16-bit microcontroller is shown, which provides a combination of position and speed measurement functions in a single sensor and eliminates the need to use a tachogenerator. The cost of the proposed solution is 6-7 times lower than the cost of a traditional scheme using a tachogenerator, since the indicated cost of the proposed solution is about 450 UAH (microcontroller and minimal wiring), which is significantly lower than the cost of an industrial tachogenerator (from 3000 UAH). The exclusion of the tachogenerator also simplifies installation, reduces the dimensions of the control cabinet and increases the reliability of the system by reducing the number of components.

Keywords: encoder, sensor rotation angle, digital speed measurement, methodical error, dynamic error, microcontroller, process control system.

Цифрове вимірювання швидкості обертання валу на базі сигналу енкодера: аналіз похибок і адаптивний метод

Олександр Литовченко

асистент, Державний Університет економіки і технологій, Україна

e-mail: lytovchenko_ov@duet.edu.ua

 ORCID ID: 0000-0002-2142-2697

Юлія Литовченко

асистент, Державний Університет економіки і технологій, Україна

e-mail: lytovchenko@duet.edu.ua

 ORCID iD: 0009-0004-0996-3441

Вячеслав Хижняк

доцент, к.т.н., Державний Університет економіки і технологій, Україна

e-mail: krogzhuns@gmail.com

 ORCID ID: 0000-0001-6449-2778

Євгеній Модло

доцент, к.п.н., Державний Університет економіки і технологій, Україна

e-mail: modlo_yo@duet.edu.ua

 ORCID ID: 0000-0003-2037-1557

Анотація: У статті проведено аналіз похибок цифрового вимірювання швидкості (ЦВШ) обертання вала електропривода за сигналом датчика кута повороту (ДКП), що входить до складу енкодера, оскільки в сучасних системах автоматизації технологічних процесів (АСУ ТП) для контролю положення та швидкості обертання валу приводного двигуна традиційно застосовуються два різні вимірювальні пристрої: енкодер і тахогенератор. Як мету роботи – поставлено розробка адаптивного методу цифрового вимірювання швидкості обертання валу зі зниженою методичною похибкою на основі існуючого енкодера. Суть методу полягає у підрахунку числа імпульсів високостабільного тактового генератора (таймера) протягом одного періоду сигналу. Розглянуто методичну та динамічну складові похибки, наведено їх аналітичні залежності та результати чисельного моделювання для тихохідних та швидкохідних механізмів металургійного виробництва. Запропоновано та апробовано метод зниження методичної похибки шляхом збільшення бази вимірювання. Показано реалізацію економічної системи ЦВШ на основі 16-розрядного мікроконтролера, що забезпечує суміщення функцій вимірювання положення та швидкості в єдиному датчику та усуває потребу використання тахогенератора. Вартість запропонованого рішення у 6-7 разів нижча за вартість традиційної схеми із застосуванням тахогенератора, оскільки вказана вартість запропонованого рішення складає близько 450 грн (мікроконтролер та мінімальне обв'язування), що значно нижче вартості тахогенератора промислового виконання (від 3000 грн). Виключення тахогенератора також спрощує монтаж, знижує габарити шафи керування та підвищує надійність системи за рахунок зменшення кількості компонентів.

Ключові слова: енкодер, датчик кута повороту (ДКП), цифровий вимір швидкості (ЦВШ), методична похибка, динамічна похибка, мікроконтролер, АСУ ТП.

Вступ (Introduction)

У сучасних системах автоматизації технологічних процесів (АСУ ТП) для контролю положення та швидкості обертання валу приводного двигуна традиційно застосовуються два різні вимірювальні пристрої: енкодер і тахогенератор (*Anuchin, 2015; Babenko et al, 2002*) Цей підхід збільшує вартість, складність монтажу та кількість апаратних модулів у шафі управління.

Питання цифрового вимірювання швидкості за сигналами інкрементальних енкодерів розглядалися в роботах (*Konstruktyv ta zastosuvannia enkoderiv, 2025; Kosmodrom, 2025*), проте проблема мінімізації методичної похибки для високошвидкісних режимів роботи промислових механізмів залишається недостатньо висвітленою. Існуючі методи корекції похибок (*Metodyka zmenshennia systematychnykh pokhybok vymiriuvan kutovoi shvydkosti optychnym enkoderom, 2015; Usynin, 2004*) вимагають ускладнення алгоритмів обробки або застосування дорогих високороздільних енкодерів.

Водночас, вимірювання швидкості обертання електричних двигунів є критично важливим для аналізу їхніх робочих характеристик (*Shubenko & Braslavskiy, 1972*)

Актуальним завданням є розробка методів та засобів, що дозволяють використовувати сигнал існуючого енкодера не тільки для визначення положення, але і для високоточного вимірювання швидкості. Таке суміщення функцій вимірювання положення та швидкості в одному датчику дозволяє відмовитися від тахогенератора, спростити систему та знизити її вартість. Основними проблемами при реалізації ЦВШ є методична та динамічна похибки, аналіз яких та методи їх мінімізації є предметом даного дослідження.

Матеріали та методи (Materials and Methods)

Розробка адаптивного методу цифрового вимірювання швидкості обертання валу зі зниженою методичною похибкою на основі існуючого енкодера, забезпечує суміщення функцій вимірювання положення і швидкості у єдиному датчику, та його реалізація на базі економічного мікроконтролерного рішення.

Результати (Results)

Принцип роботи інкрементального енкодера заснований на генерації послідовності імпульсів при обертанні вала. Кількість імпульсів на один оберт (N) є ключовою характеристикою датчика.

Швидкість обертання визначається шляхом вимірювання періоду (T_i) проходження імпульсів ДКП. Суть методу полягає у підрахунку числа імпульсів високостабільного тактового генератора (таймера) протягом одного періоду сигналу ДКП [6]. Якщо частота таймера дорівнює F_T [Гц], а число підрахованих імпульсів за час T_i дорівнює m , то період імпульсу ДКП становить:

$$T_i = m / F_T, [c] \quad (1)$$

Тоді частота обертання валу n [об/хв] визначається за такою формулою:

$$n = 60 / (N \cdot T_i) = (60 \cdot F_T) / (N \cdot m), [об/хв] \quad (2)$$

де N — кількість імпульсів ДКП на один оберт вала [імп/об].

Аналіз методичної похибки

Як показано на рис. 1 основним джерелом методичної похибки (Q) є дискретність вимірювання часу. Оскільки початок та кінець інтервала вимірювання (T_i) не синхронізовані з тактами таймера, абсолютна похибка вимірювання періоду становить ± 1 імпульс таймера

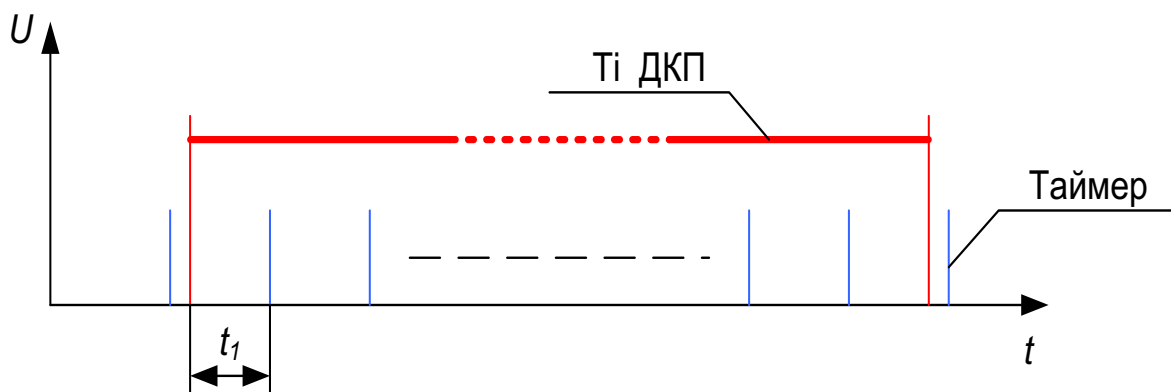


Рисунок 1. Принцип цифрового вимірювання швидкості

На рис.1 позначено:

T_i ДКП - тривалість його імпульсу (тривалість імпульсу обернено пропорційна швидкості обертання вала),

t_1 – проміжок часу, що зумовлює похибку виміру.

Таким чином, відносна методична похибка вимірювання періоду, а отже, і швидкості визначається як:

$$\delta Q = (1 / m) \cdot 100\%, (3)$$

З формули (3) випливає, що похибка δQ зростає зі зменшенням m , тобто зі збільшенням швидкості обертання (зменшенням T_i).].

Під час зміни швидкості обертання (розгоні або гальмуванні приводу) період T_i не є постійним протягом часу вимірювання.

Це призводить до виникнення динамічної похибки (S). Величина динамічної похибки швидкості [об/хв] може бути оцінена за формулою:

$$S = T_i \cdot a, (4)$$

де a – кутове прискорення приводу [об/хв/с], T_i – період імпульсу ДКП [с].

З виразу (4) видно, що динамічна похибка знижується зі зменшенням періоду T_i , тобто зі зростанням швидкості обертання і кількості імпульсів N на оберт.

На рис.2 та рис.3 представлені графіки зміни відносної методичної Q (штрихова лінія) та динамічної S (штрихпунктирна лінія) похибок вимірювання поточного значення швидкості та тривалості (T_i) періоду проходження сигналу ДКП (суцільна лінія) для тихохідних та швидкохідних механізмів.

В якості прикладу за тихохідні механізми приймаємо механізми головного приводу блюмінгу, летючих ножиць та ін., в якості швидкохідних – натискний пристрій блюмінгу, валків безперервно-заготівельних, сортових станів та ін. Символом N на рисунках позначено кількість імпульсів ДКП на один його оберт.

Як видно з рис.2 та рис. 3 похибка Q збільшується зі зростанням кількості ДКП на один оберт, відповідно, пропорційно збільшенню швидкості обертання (зменшення тривалості періоду сигналу ДКП). Динамічна похибка S зменшується зі зростанням кількості імпульсів ДКП на оберт.

Для графіків рис.2 та 3 розрахункові вирази для визначення поточного значення швидкості (n) мають вигляд

$$n = K / (N \cdot T_i), (5)$$

де N – кількість імпульсів ДКП на оберт,

T_i – період імпульсу в секундах

Для розрахунку S з виразу (4) величина прискорення (уповільнення) була прийнята 30 об/хв/сек.

Наведемо приклад визначення величини K за умови, що $N = 60$. Тоді при швидкості, що дорівнює 60 об/хв період $T_i = 1/60 = 0,01667$ сек і $K = 60 \times 60 \times 0,01667 = 60,012$.

Виконаємо перевірку визначення K для швидкості 120 об/хв. У цьому період $T_i = 0,00833$ сек і $n = 60,012/60 \times 0,00833 = 60,012/0,4998 = 120,07$ об/хв. Відносна похибка δ розрахунку $\delta = 7/120 = 0,058\%$.

Аналіз рис.2 і 3 показує, що похибку Q можна зменшити, якщо, наприклад, після швидкості двигуна в 400 об/хв, швидкість визначати не по одному, а по двох імпульсах ДКП.

Виконаємо перевірку цього при допущеннях $N = 600$ імп/об, частота таймера 1МГц, прискорення (уповільнення) 30 об/хв/сек. Результати розрахунків зведемо в Табл.1. Зазначимо, що, як видно з рис.2 та 3, динамічна похибка S зі зростанням швидкості зменшується.

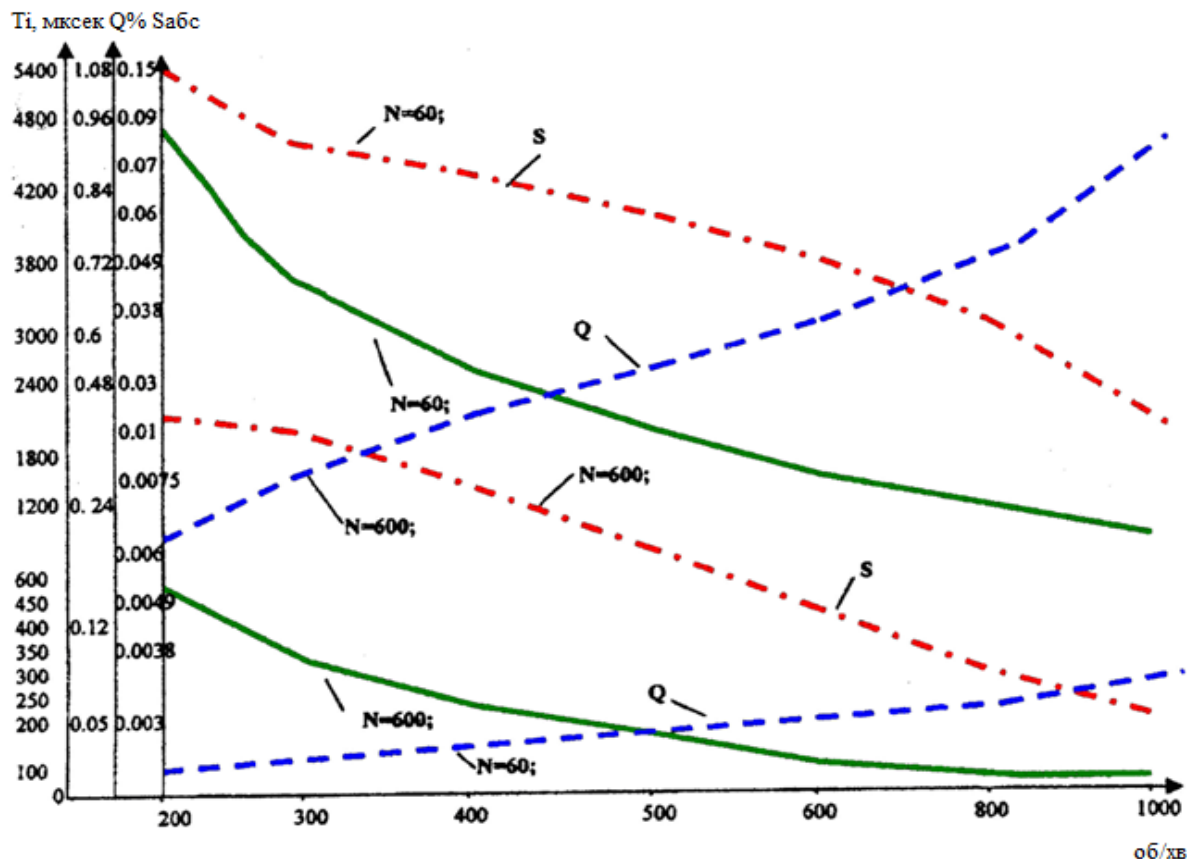


Рисунок 2. Залежність похибок ЦВШ для швидкохідних механізмів ($N=60$, $N=600$)

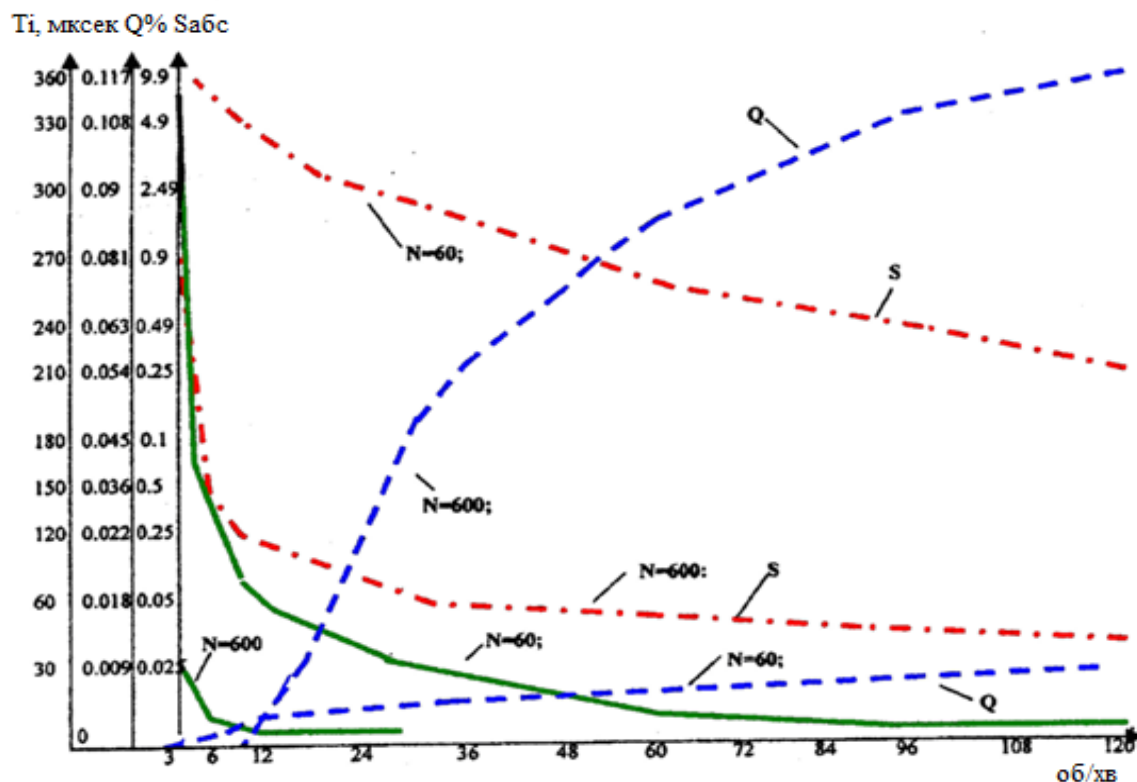


Рисунок 3. Залежність похибок ЦВШ для тихохідних механізмів ($N=60$, $N=600$)

Таблиця 1. Результати розрахунків величин похибок

№	n, об/хв	T ₁₁ , мксек	T ₁₂ , мксек	Q ₁ , %	Q ₂ , %
	1	2	3	4	5
1	200	500	-	0,5	-
2	400	250	500	0,4	0,2
3	600	166	332	0,6	0,3
4	800	125	250	0,8	0,4
5	1000	100	200	1,0	0,5

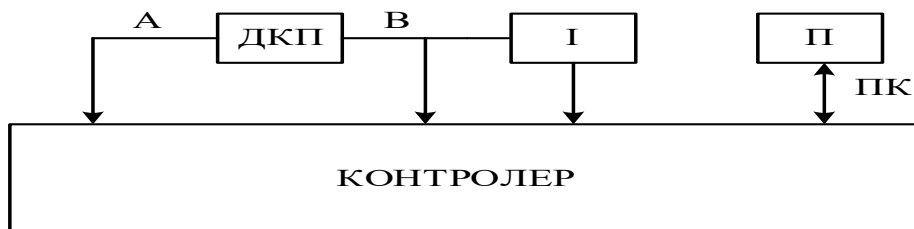
З граф 4 і 5 Табл.1 видно, що похибка Q при визначенні швидкості по двох послідовних імпульсах ДКП зменшується в два рази

Табл.1 T₁₁ – тривалість одного імпульсу ДКП, T₁₂ – тривалість двох, послідовних один за одним імпульсів ДКП, Q₁,%, Q₂,% - величина відносної похибки для першого і другого способу вимірювань.

Запропонований метод дозволяє в 2 рази знизити методичну похибку в області високих швидкостей. На практиці значення K може бути адаптивно збільшено для підтримки похибки в заданих межах у всьому діапазоні вимірюваних швидкостей.

На рис. 4 зображені технічні засоби, необхідні для ЦВШ за умови, що ДКП розміщений в енкодері. Для реалізації запропонованого алгоритму ЦВШ потрібно придбати, запрограмувати мікроконтролер та зробити на транзисторі інвертор.

В якості економічного рішення пропонується використання 16-розрядного мікроконтролера ATmega16-16AU (*Uchytel et al., 2018*). Ціна такого контролера – 444 грн. Його тактова частота (16 МГц) забезпечує швидкодію, достатню для обробки переривань і виконання розрахунків за час, який становить лише одиниці мікросекунд, що на порядки менше періоду сигналу ДКП навіть на максимальних швидкостях.

**Рисунок 4.** Технічні засоби для реалізації цифрового вимірювання швидкості

А, В – послідовність імпульсів, зрушена на 90 градусів,

сигнали А, В та І надходять на входи переривання

ДКП – датчик кута повороту, розміщений в енкодері

І – інвертор, П – приймач інформації про швидкість

ПК – послідовний канал

Вартість запропонованого рішення складає близько 450 грн (мікроконтролер та мінімальне обв'язування), що значно нижче вартості тахогенератора промислового виконання (від 3000 грн). Виключення тахогенератора також спрощує монтаж, знижує габарити шафи керування та підвищує надійність системи за рахунок зменшення кількості компонентів. У разі масового впровадження розрахунковий економічний ефект становить до 2500 грн на один привод.

Адаптивний алгоритм цифрового вимірювання швидкості

Практична реалізація запропонованого методу зниження методичної похибки вимагає розробки адаптивного алгоритму, який автоматично змінює базу вимірювання залежно від поточної швидкості обертання (*Zou & Zhang, (2020)*).

Принцип адаптивності

Ключовою особливістю розробленого алгоритму є автоматична зміна бази вимірювання для підтримання похибки в заданих межах у всьому діапазоні швидкостей. При перевищенні швидкістю певного порогового значення (наприклад, 400 об/хв для тихохідних механізмів) алгоритм автоматично переходить від вимірювання за один період до вимірювання за K послідовних періодів сигналу ДКП, що знижує методичну похибку в K разів.

Структура алгоритму

На рис. 5 представлена блок-схема адаптивного алгоритму ЦВШ, де використані наступні позначення:

СП – сигнал переривання, що генерується при виявленні переднього фронту сигналу енкодера;

П – ознака активного режиму вимірювання;

Л1 – лічильник тривалості періоду (заповнюється імпульсами з частотою 1 МГц);

α – регістр для зберігання виміряної тривалості періоду;

Л2 – лічильник кількості імпульсів ДКП у поточному циклі вимірювання;

N – константа, що визначає кількість імпульсів ДКП на один оберт.

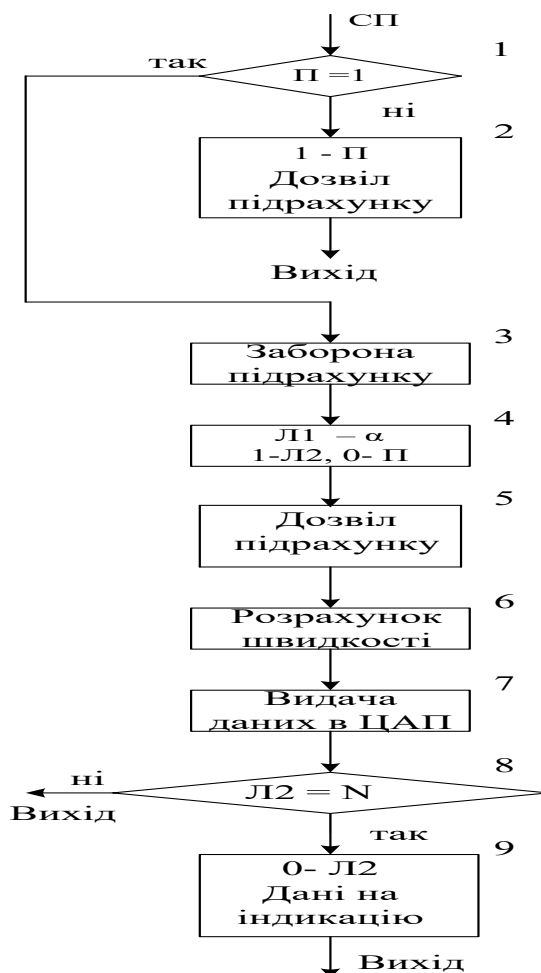


Рисунок 5. Блок-схема адаптивного алгоритму цифрового вимірювання швидкості

Опис роботи алгоритму

Алгоритм працює за наступною схемою:

Оператор ОП1 перевіряє стан ознаки П для визначення активності процесу вимірювання.

Оператор ОП2 активує режим вимірювання: встановлює ознаку $P = 1$ та дозволяє підрахунок імпульсів таймера в лічильнику Л1.

Оператор ОП3 зупиняє підрахунок імпульсів при надходженні наступного переднього фронту сигналу ДКП.

Оператор ОП4 виконує три дії: переносить вміст Л1 до регістра α , інкрементує лічильник Л2, обнуляє ознаку П для початку нового циклу.

Оператор ОП6 розраховує поточне значення швидкості за формулою (2а), використовуючи вимірний період з регістра α .

Оператор ОП8 перевіряє, чи досягнута необхідна база вимірювання (K періодів), та приймає рішення про завершення циклу або продовження накопичення даних.

Адаптивний вибір бази вимірювання

Для забезпечення стабільної похибки в усьому діапазоні швидкостей алгоритм використовує динамічний параметр K -- кількість періодів ДКП для одного виміру. При низьких швидкостях (до порогового значення) $K = 1$, що забезпечує мінімальну динамічну похибку. При підвищенні швидкості понад порогове значення K автоматично збільшується до 2 або більше, що зменшує методичну похибку пропорційно K .

Результати верифікації алгоритму, наведені в табл. 1, підтверджують ефективність адаптивного підходу: при вимірюванні за два послідовні імпульси ДКП ($K = 2$) методична похибка знижується вдвічі порівняно з традиційним методом ($K = 1$).

Обчислювальна складність

Запропонований алгоритм характеризується низькою обчислювальною складністю, оскільки основні операції зводяться до:

- підрахунок імпульсів (апаратна функція таймера);
- одного ділення для розрахунку швидкості за формулою (5);
- порівняння для перевірки умов ОП1 та ОП8.

Час виконання програмного циклу на 16-розрядному мікроконтролері з тактовою частотою 16 МГц становить одиниці мікросекунд, що на три порядки менше мінімального періоду сигналу ДКП навіть при максимальних швидкостях обертання.

Таким чином, розроблений адаптивний алгоритм забезпечує високу точність вимірювання швидкості обертання в широкому діапазоні при мінімальних обчислювальних витратах, що робить його придатним для реалізації на економічних мікроконтролерних платформах.

Висновки (Conclusions)

1. Проведено детальний аналіз джерел похибок (методичної та динамічної) при цифровому вимірі швидкості обертання валу за сигналом енкодера. Отримано аналітичні вирази (3) та (4) для їх оцінки.
2. Методом математичного моделювання доведено, що для тихохідних механізмів ($n < 100$ об/хв) переважною є динамічна похибка, а для швидкохідних ($n > 100$ об/хв) – методична.
3. Запропоновано та верифіковано розрахунками ефективний метод зниження методичної похибки в діапазоні високих швидкостей шляхом адаптивного збільшення бази вимірювання (використання K послідовних періодів імпульсів ДКП). Результатами розрахунків підтверджено зниження похибки в K разів.
4. Розроблена та обґрунтована економічна апаратна реалізація системи ЦВШ на базі мікроконтролера ATmega16, що забезпечує поєднання функцій вимірювання положення та швидкості в єдиному енкодері що дає змогу вилучити тахогенератор зі схеми контролю. Розрахунковий економічний ефект становить до 2500 грн на один привод, що за масового впровадження забезпечує значне зниження вартості систем автоматизації.

5. Розроблено адаптивний алгоритм цифрового вимірювання швидкості з автоматичним вибором бази вимірювання (параметр K), що забезпечує стабільну похибку в усьому діапазоні швидкостей при мінімальних обчислювальних витратах.

Отримані результати можуть бути використані при проектуванні та модернізації систем керування електроприводами у металургії та інших галузях промисловості.

Конфлікт інтересів (Conflicts of interest)

Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів

Фінансування (Funding)

Це дослідження не отримало зовнішнього фінансування.

Внесок авторів (Authors contribution)

Концептуалізація, Х. В. та Л.О.; формальний аналіз, Х.В.; Методологія, Л.О та Х. В.; візуалізація, Л. Ю та М.Є.; оригінальна чернетка Л.О та Л.Ю.; перегляд і редагування, Х.В. та М.Є. Усі автори прочитали та погодились з опублікованою версією рукопису.

Література (References)

- Ali, H., Aslam, F., & Ferreira, P. (2021). Modeling Dynamic Multifractal Efficiency of US Electricity Market. *Energies*, 14(19), 6145. <https://doi.org/10.3390/en14196145>
- Aloui, C., & Mabrouk, S. (2010). Value-at-risk estimations of energy commodities via long-memory, asymmetry and fat-tailed GARCH models. *Energy Policy*, 38(5), 2326–2339. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2009.12.020>
- Bielinskyi, A. O., Khvostina, I., Mamanazarov, A., Matviychuk, A., Semerikov, S., Serdyuk, O., Solovieva, V., & Soloviev, V. N. (2021b). Predictors of oil shocks. Econophysical approach in environmental science. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 628(1), 012019. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/628/1/012019>
- Fang, W., Gao, X., Huang, S., Jiang, M., & Liu, S. (2018). Reconstructing time series into a complex network to assess the evolution dynamics of the correlations among energy prices. *Open Physics*, 16(1), 346–354. <https://doi.org/10.1515/phys-2018-0047>
- Hussain, S. I., Nur-Firyal, R., & Ruza, N. (2021). Linkage transitions between oil and the stock markets of countries with the highest COVID-19 cases. *Journal of Commodity Markets*, 100236. <https://doi.org/10.1016/j.jcomm.2021.100236>
- Joo, K., Suh, J. H., Lee, D., & Ahn, K. (2020). Impact of the global financial crisis on the crude oil market. *Energy Strategy Reviews*, 30, 100516. <https://doi.org/10.1016/j.esr.2020.100516>
- Kassouri, Y., Bilgili, F., & Kuşkaya, S. (2022). A wavelet-based model of world oil shocks interaction with CO2 emissions in the US. *Environmental Science & Policy*, 127, 280–292. <https://doi.org/10.1016/j.envsci.2021.10.020>
- Xu, H., Wang, M., & Yang, W. (2020). Information Linkage between Carbon and Energy Markets: Multiplex Recurrence Network Approach. *Complexity*, 2020, 1–12. <https://doi.org/10.1155/2020/5841609>
- Zebende, G. (2011). DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 390(4), 614–618. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.10.022>
- Zou, S., & Zhang, T. (2020). Cross-correlation analysis between energy and carbon markets in China based on multifractal theory. *International Journal of Low-Carbon Technologies*, 15(3), 389–397. <https://doi.org/10.1093/ijlct/ctaa010>